

Juros simples

Juros simples

Juro é a remuneração do capital emprestado, podendo ser entendido, de forma simplificada, como sendo o aluguel pago pelo uso do dinheiro.

Quem possui recursos pode utilizá-lo na compra de bens de consumo, ou de serviços, na aquisição de bens de produção, na compra de imóveis para uso próprio ou venda futura; pode emprestá-lo a terceiros ou adquirir títulos de renda fixa ou variável, deixá-lo depositado para atender a "eventualidades", ou guardá-lo na expectativa de uma oportunidade melhor para a sua utilização, ou ainda pela simples satisfação de ter dinheiro.

Ao se dispor a emprestar, o possuidor de dinheiro, para avaliar a taxa de remuneração para os seus recursos, deve atentar para os seguintes fatores:

- 1)RISCO: probabilidade de o tomador do empréstimo não resgatar o dinheiro.
- 2)DESPESAS: todas as despesas operacionais, contratuais e tributárias para a formalização do empréstimo e a efetivação da cobrança.
- 3)INFLAÇÃO: índice de desvalorização do poder aquisitivo da moeda previsto para o prazo do empréstimo.
- 4)GANHO OU LUCRO: fixado em função das demais oportunidades de investimento("custo de oportunidade"), justifica-se pela privação, por parte do seu dono, da utilidade do capital.

Portanto, a receita de juros deve ser suficiente para cobrir o risco, as despesas e a perda do poder aquisitivo do capital emprestado, além de proporcionar certo lucro a seu poupador. Entretanto, o que ocorre no mundo financeiro atual é que muitas aplicações resultam em taxas negativas de juros,quando considerado o efeito inflacionário. Isto vem acontecendo com maior freqüência nos últimos anos, principalmente entre os países em que os preços internos se tem elevado mais acentuadamente. Mas, na faixa de melhor opção, obviamente o mais aconselhável é aplicar recursos a taxas negativas e sofrer um pequeno prejuízo do que deixar de aplicar e sofrer um prejuízo ainda maior.

Capital

Entende-se por capital, do ponto de vista da matemática financeira, qualquer valor expresso em moeda e disponível em determinada época.

Taxa de juros

Taxa de juros é a razão entre os juros recebidos (ou pagos) no final de um certo período de tempo e o capital inicialmente aplicado(ou emprestado). Matematicamente essa razão é

especificada como segue: $i = \frac{j}{p}$

Em que i é a taxa de juros, j o valor dos juros e p o capital inicial(também chamado de principal, valor atual ou valor presente).

Exemplo: **Qual a taxa de juros cobrada num empréstimo de \$ 1000,00 a ser resgatado por \$1400,00?**

Capital inicial = $p = 1000,00$

Juros = $j = 1400,00 - 1000,00 = 400,00$

Taxa de juros = $i = ?$

Solução: $i = \frac{400,00}{1000,00} = 0,40$ ou 40%

A taxa de juros também pode ser obtida de outra maneira. Como $j = s - p$,

$$i = \frac{s - p}{p} = \frac{s}{p} - \frac{p}{p} = \frac{s}{p} - 1$$

Substituindo os dados do nosso exemplo nesta última relação, tem-se:

$$i = \frac{1400,00}{1000,00} - 1 = 0,40$$
 ou 40%

A taxa de juros de 40% refere-se ao período da operação, não especificado no exemplo. Se o prazo dessa operação for de um ano, a taxa é de 40% ao ano, se for de 8 meses, a taxa é de 40% para o período de oito meses. Normalmente, a taxa de juros é definida para certa unidade de tempo (dia, mês, semestre, ano etc), como veremos nos itens seguintes.

Capitalização simples

Capitalização simples é aquela em que a taxa de juros incide somente sobre o capital inicial; não incide, pois sobre os juros acumulados. Neste regime de capitalização a taxa varia linearmente em função do tempo, ou seja, se quisermos converter a taxa diária em mensal, basta multiplicarmos a taxa diária por 30; se desejarmos uma taxa anual, tendo a mensal, basta multiplicarmos esta por 12, e assim por diante.

Cálculo dos juros

O valor dos juros é obtido da expressão:

$$j = p \cdot i \cdot n$$

Em que: j = valor dos juros

p = valor do capital inicial ou principal

i = taxa de juros

n = prazo

Exemplos de aplicação

- 1) Qual o valor dos juros correspondentes a um empréstimo de \$ 10.000,00, pelo prazo de 5 meses, sabendo-se que a taxa cobrada é de 3% ao mês ?

Dados: $p = 10.000,00$

$n = 5$ meses

$i = 3\%$ ao mês

$j = ?$

Solução:

$J = p.i.n$

$J = 10.000,00 \times 0.03 \times 5 = 1500,00$

- 2) Um capital de \$ 25.000,00, aplicado durante 7 meses, rende juros de \$ 7875,00. Determinar a taxa correspondente.

Dados:

$p = 25.000,00$

$J = 7.875,00$

$n = 7$ meses

$i = ?$

$$i = \frac{j}{p.n} = \frac{7875,00}{25000,00.7} = 0,045 \text{ ou } 4,5\% \text{ ao mês}$$

- 3) Uma aplicação de \$ 50.000,00 pelo prazo de 180 dias obteve um rendimento de \$8.250,00. Indaga-se: Qual a taxa anual correspondente a essa aplicação?

Dados:

$p = 50.000,00$

$j = 8250,00$

$n = 180$ dias

$i = ?$

$$i = \frac{8250,00}{50000,00.180} = 0,00091667, \text{ ou } 0,091667\% \text{ ao dia}$$

Taxa anual = $360 \times 0,00091667 = 0,33$ ou 33% ao ano

Observação: Quando o prazo informado for em dias, a taxa resultante dos cálculos será diária, se o prazo for em meses, a taxa será mensal; se em trimestres; a taxa será trimestral, e assim sucessivamente

4)Sabendo-se que os juros de \$ 6000,00 foram obtidos com a aplicação de \$ 7500,00, a taxa de 8% ao trimestre, pede-se que se calcule o prazo.

Dados: $p = 7500,00$

$J = 6000,00$

$i = 8\%$ ao trimestre

$n =$

$j = p.i.n$

$$n = \frac{j}{p.i}$$

$$n = \frac{6000,00}{7500,00.0,08} = \frac{6000,00}{600,00} = 10 \text{ trimestres, ou } 2,5 \text{ anos}$$

5)Qual o capital que, a taxa de 4% ao mês, rende juros de \$ 9000,00 em um ano.

Dados: $j = 9000,00$

$n = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$

$i = 4\%$ ao mês

$p =$

$$j = p.i.n \rightarrow p = \frac{j}{i.n} \rightarrow \frac{9000,00}{0,04.12} = \frac{9000,00}{0,48} = 18750,00$$

6)Um empréstimo de \$ 23000,00 é liquidado por \$ 29200,00 no final de 152 dias. Calcular a taxa mensal de juros.

Dados:

$p = 23000,00$

$s = 29200,00$

$n = 152 \text{ dias}$

$i =$

$$j = p.i.n \rightarrow i = \frac{j}{p.n}$$

$$j = s - p = 29200,00 - 23000,00 = 6200,00$$

$$i = \frac{6200,00}{23000,00 \cdot 152}$$

$$= 0,001773 \text{ ou } 0,1773\% \text{ ao dia (PORQUE O PRAZO ESTÁ EXPRESSO EM NÚMEROS DE DIAS)}$$

$$\text{Taxa mensal} = im = 0,1773\% \times 30 = 5,32\%$$

Este problema também poderia ser resolvido de maneira mais prática como segue:

$$i = \frac{s}{p} - 1$$

$$i = \frac{29200,00}{23000,00} - 1 = 0,26957 \text{ ou } 26,957\% \text{ para o período de 152 dias}$$

$$im = \frac{26,957\%}{152} = 5,32\%$$

7) Calcular o valor dos juros e do montante de uma aplicação de \$ 20000,00, feita a uma taxa de 4,94% ao mês, pelo prazo de 76 dias.

$$\text{Dados: } p = 20000,00$$

$$l = 4,94\% \text{ ao mês}$$

$$n = 76 \text{ dias}$$

$$j =$$

$$s =$$

$$j = p \cdot i \cdot n$$

$$j = 20000 \cdot \frac{0,0494}{30} \cdot 76 = 2502$$

$$s = p + j = 20000 + 2502,93 = 22502,93$$

Montante e valor atual

O montante (ou valor futuro), que vamos indicar por s , é igual a soma do capital inicial mais os juros referentes ao período da aplicação. Assim temos:

$$S = p + j$$

$$S = p + p \cdot i \cdot n, \text{ visto que } j = p \cdot i \cdot n$$

$$S = p (1 + i \cdot n)$$

Calcular o montante da aplicação de um capital de \$ 8000,00, pelo prazo de 12 meses, a taxa

De 3% ao mês.

$$\text{Dados: } p = 8000,00$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$i = 3\%$ ao mês

$s =$

$s = p (1 + i \cdot n)$

$s = 8000,00 (1 + 0,03 \times 12) = 8000,00 \times 1,36 = 10880,00$

Valor atual (ou valor presente), que vamos indicar por p , é o valor do capital que, aplicado a dada taxa e a dado prazo, nos dá um montante conhecido s . Assim, como $s = p (1 + i \cdot n)$, segue-se que:

$$p = \frac{s}{1 + i \cdot n}$$

Determinar o valor atual de um título cujo valor de resgate é de \$ 60000,00, sabendo-se que a taxa de juros é de 5% ao mês e que faltam quatro meses para o seu vencimento.

Dados: $s = 60000,00$

$n = 4$ meses

$i = 5\%$ ao mês

$p =$

$$p = \frac{s}{1 + i \cdot n}$$

$$p = \frac{60000,00}{1 + 0,05 \cdot 4} = 50000,00$$

Sabendo-se que certo capital, aplicado durante 10 semestres, à taxa de 36% ao ano rende \$ 72000,00 de juros, determinar o montante.

$$p = \frac{j}{i \cdot n}$$

$$p = \frac{72000,00}{0,36 \cdot 10} = \frac{72000,00}{3,6} = 20000,00$$

$$s = p + j \rightarrow 20000,00 + 72000,00 = 92000,00$$

Um empréstimo de \$ 40000,00 deverá ser quitado por \$ 80000,00 no final de 12 meses.

Determinar as taxas mensal e anual cobradas nessa operação.

Dados: $s = 80000,00$

$$p = 40000,00$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

$$i =$$

$$s = p (1 + i \cdot n)$$

$$80000,00 = 40000,00 (1 + i \cdot 12)$$

$$2 = 1 + i \cdot 12$$

$$i = \frac{1}{12} = 0,083 \text{ ou } 8,33\% \text{ ao mês}$$

$$\text{taxa anual} = 12 \times 0,083 = 1,00 \text{ ou } 100\%$$

OBS.: Normalmente existe mais de um caminho para solucionar problemas de matemática financeira, no caso deste exemplo, a solução também poderia ser obtida através da equação

$$i = \frac{j}{p \cdot n}$$

visto que o valor dos juros é facilmente determinado a partir da expressão $j = s - p$

Em que prazo uma aplicação de \$ 35000,00 pode gerar um montante de \$ 53375,00, considerando-se uma taxa de 30% ao ano.

Dados: $s = 53375,00$

$$p = 35000,00$$

$$i = 30\% \text{ ao ano}$$

$$n =$$

$$j = s - p$$

$$j = 53375,00 - 35000,00 = 18375,00$$

$$n = \frac{18375,00}{35000,00 \cdot 0,30} = 1,75 \text{ ou } 21 \text{ meses}$$

Determinar quanto renderá um capital de \$ 60000,00 aplicado à taxa de 24% ao ano, durante sete meses.

$$p = 60000,00$$

$$i = 24\% \text{ a.a} = \frac{0,24}{12} = 0,02$$

$$n = 7 \text{ meses}$$

$$j = p \cdot i \cdot n$$

$$j = 60000,00 \times 0,02 \times 7$$

$$j = 8400,00$$

Um capital de \$ 28000,00, aplicado durante 8 meses, rendeu juros de \$ 11200,00. Determinar a taxa anual.

$$p = 28000,00$$

$$n = 8 \text{ meses}$$

$$j = 11200,00$$

$$j = p \cdot i \cdot n$$

$$i = \frac{j}{p \cdot n}$$

$$i = \frac{11200,00}{28000,00 \cdot 8}$$

$$i = \frac{11200,00}{224000,00}$$

$$i = 0,05\% \text{ a.m.}$$

$$i = 0,05 \times 12 = 0,6$$

$$i = 60\% \text{ a.a.}$$

Durante 155 dias certo capital gerou um montante de \$ 64200,00. Sabendo-se que a taxa de juros é de 4% ao mês determinar o valor do capital aplicado.

$$n = 155 \text{ dias}$$

$$s = 64200,00$$

$$s = p + j$$

$$s = p (1 + i.n)$$

$$64200,00 = p (1 + 0,001333 .155)$$

$$64200,00 = p (1 + 0,20666)$$

$$64200,00 = p (1,2066)$$

$$P = \frac{64200,00}{1,20666}$$

$$P = 53204,44$$

Qual o valor dos juros contidos no montante de \$ 100000,00, resultante da aplicação de certo capital à taxa de 42% a.a., durante 13 meses.

$$j =$$

$$s = 100000,00$$

$$p =$$

$$i = 42\% \text{ a.a.}$$

$$n = 13 \text{ meses}$$

$$i = 42\% \text{ a.a.} = \frac{0,42}{12} = 0,035 \text{ a. m.}$$

$$s = p (1 + i.n)$$

$$100000,00 = p (1 + 0,035 \times 13)$$

$$100000,00 = p (1 + 0,455)$$

$$100000 = p (1,455)$$

$$p = \frac{100000,00}{1,455}$$

$$p = 68728,52$$

$$s = p + j$$

$$100000,00 = 68728,52 + j$$

$$j = 100000,00 - 68728,52$$

$$j = 31271,48$$

Qual o valor a ser pago, no final de 5 meses e 18 dias, correspondente a um empréstimo de \$125000,00, sabendo-se que a taxa de juros é de 27% ao semestre.

27% a. s.

0,27 a. s.

$$\frac{0,27}{180} = 0,00015 a. d.$$

como o período que o dinheiro demora para ser pago é de 168 dias

$$0,00015 \times 168 = 0,0252$$

$$125000 \times 0,0252 = 31500$$

$$125000 + 31500 = 156500$$

Em quanto tempo um capital de \$ 800,00, aplicado a taxa de 0,1% ao dia, gera um montante de \$ 1000,00.

$$s = p (1 + i.n)$$

$$1000,00 = 800 (1 + 0,001.n)$$

$$\frac{1000}{800} = (1 + 0,001.n)$$

$$1 + 0,001n = 1,25$$

$$0,001n = 1,25 - 1$$

$$0,001n = 0,25$$

$$n = \frac{0,25}{0,001} = 250 \text{ dias ou } n = 8,333 \text{ meses}$$

Um capital de \$ 50000,00 foi aplicado no dia 19-06-91 e resgatado em 20-01-92. Sabendo-se que a taxa efetiva de juros da aplicação foi de 56% ao ano, calcular o valor dos juros, considerando-se o número efetivo entre as duas datas.

$$p = 50000$$

$$i = 56\% \text{ a.a.}$$

$$i = \frac{56}{360} = 0,155 \text{ a. d.}$$

$$s = 50000 (1 + 0,0015 \times 215)$$

$$s = 50000 (1 + 0,334325)$$

$$s = 50000 (1,334325)$$

$$s = 66716,25$$

$$s = p + j$$

$$66716,25 = 50000 + j$$

$$j = 16716,25$$

Uma empresa aplicou \$ 2000,00 no dia 15-07-91 e resgatou essa aplicação no dia 21-07-91 por \$ 2018,00. Qual foi a taxa mensal de rendimento proporcionada por essa operação.

$$p = 2000,00$$

$$s = 2018,00$$

$$n = 6 \text{ dias}$$

$$s = p(1 + i.n)$$

$$2018 = 2000(1 + 6i)$$

$$\frac{2018}{2000} = 1 + 6i$$

$$1,009 = 1 + 6i$$

$$1,009 - 1 = 6i$$

$$0,009 = 6i$$

$$i = \frac{0,009}{6}$$

$$i = 0,0015 \text{ a.d. ou } i = 4,5 \text{ a.m.}$$

Calcular o valor do capital que, aplicado a taxa de 50,4% ao ano, durante dois anos e três meses, produz um montante de \$ 600000,00.

$$i = 50,4\% \text{ a.a.}$$

$$n = 2 \text{ anos e três meses}$$

$$s = 600000,00$$

$$s = p(1 + i.n)$$

$$600000,00 = p(1 + 0,0014 \times 810)$$

$$i = \frac{50,4}{360} = 0,14\% \text{ a. d.}$$

$$600000,00 = p(1 + 1,134)$$

$$600000,00 = 2,134p$$

$$p = \frac{600000,00}{2,134}$$

$$p = 281162,13$$

Ao fim de quanto tempo o capital de \$ 40000,00, aplicado a taxa de 5% ao mês, produz \$18600,00 de juros .

$$n =$$

$$p = 40000,00$$

$$i = 5\% \text{ a.m.}$$

$$j = 18600,00$$

$$s = p + j$$

$$s = 40000,00 + 18600,00$$

$$s = 58600,00$$

$$s = p (1 + i.n)$$

$$58600,00 = 40000 (1 + 0,05n)$$

$$\frac{58600,00}{40000,00} = 1 + 0,05n$$

$$1,465 = 1 + 0,05n$$

$$1,465 - 1 = 0,05n$$

$$0,465 = 0,05n$$

$$n = \frac{0,465}{0,05}$$

$$n = 9,3 \text{ meses}$$

$$\text{ou } n = 279 \text{ dias}$$

Obteve-se um empréstimo de \$ 10000,00, para ser liquidado por \$ 14675,00 no final de 8 meses e meio. Qual a taxa de juros anual cobrada nessa operação.

$$p = 10000$$

$$s = 14675$$

$$n = 8 \text{ meses e meio}$$

$$14675 = 10000 (1 + 255i)$$

$$\frac{14675}{10000} = 1 + 255i$$

$$1,4675 = 1 + 255i$$

$$1,4675 - 1 = 255i$$

$$0,4675 = 255i$$

$$i = \frac{0,4675}{255} = 0,0018 \text{ a. d.}$$

$$i = 66\% \text{ a.a.}$$

Em quanto tempo um capital aplicado a 48% ao ano dobra o seu valor.

$$i = 48\% \text{ a.a.}$$

$$s = 2p$$

$$s = p (1 + i.n)$$

$$2p = p (1 + 0,48n)$$

$$\frac{2p}{p} = 1 + 0,48n$$

$$2 = 1 + 0,48n$$

$$2 - 1 = 0,48n$$

$$n = \frac{1}{0,48} = 2,08 \text{ anos ou } 25 \text{ meses}$$

A que taxa de juros um capital aplicado durante 10 meses rende juros igual a $\frac{1}{4}$ do seu valor?

$$n = 10 \text{ meses}$$

$$s = p + j$$

$$s = p + \frac{1}{4}p$$

$$s = \frac{4p+p}{4}$$

$$s = \frac{5p}{4}$$

$$s = p(1 + i.n)$$

$$\frac{5p}{4} = p(1 + i.10)$$

$$1,25 = 1 + 10i$$

$$1,25 - 1 = 10i$$

$$0,25 = 10i$$

$$i = \frac{0,25}{10} = 0,025 \text{ ou } 2,5\% \text{ a. m.}$$

Em quantos dias um capital de \$ 270420,00 produzirá juros de \$ 62304,77 a uma taxa de 5,4 % ao mês?

$$p = 270420,00$$

$$j = 62304,77$$

$$i = 5,4 \% \text{ a.m.}$$

$$i = \frac{5,4}{30} = 0,0018$$

$$s = p (1 + i.n)$$

$$s = 270420 + 62304,77$$

$$s = 332724,77$$

$$332724,77 = 270420 (1 + 0,0018.n)$$

$$332724,77 = 270420 + 486,156n$$

$$62304,77 = 486,156n$$

$$n = \frac{62304,77}{486,156}$$

$$n = 186 \text{ dias}$$

Determinar o capital necessário para produzir um montante de \$ 798000,00 no final de um ano e meio, aplicado a uma taxa de 15% ao trimestre.

$$s = 798000,00$$

$$n = 1 \text{ ano e meio}$$

$$i = 15 \% \text{ a.t.}$$

$$i = \frac{15}{90} = 0,00166a. d.$$

$$n = 540$$

$$s = p(1 + i.n)$$

$$798000,00 = p(1 + 0,00166 \times 540)$$

$$798000,00 = p(1 + 0,8964)$$

$$798000 = p + 0,8964p$$

$$798000,00 = 1,8964p$$

$$p = \frac{798000}{1,8964} = 420797,3$$

A aplicação de \$ 35600,00 gerou um montante de \$ 58028,00 no final de nove meses. Calcular a taxa anual.

$$p = 35600,00$$

$$s = 58028,00$$

$$n = 9 \text{ meses}$$

$$i = ?$$

$$58028 = 35600(1 + 9i)$$

$$\frac{58028}{35600} = 1 + 9i$$

$$1,63 = 1 + 9i$$

$$1,63 - 1 = 9i$$

$$9i = 0,63$$

$$i = \frac{0,63}{9} = 7\% a. m.$$

$$i = 7 \times 12 = 84 \% a. a.$$

Certo capital aplicado gerou um montante de \$ 1000,00. Sabendo-se que a taxa de juros é de 5%

ao mês e o prazo de oito meses, calcular o valor dos juros.

$$p = ?$$

$$s = 1000,00$$

$$i = 5\% a. m.$$

$$n = 8 \text{ meses}$$

$$j = ?$$

$$1000 = p(1 + 0,05 \times 8)$$

$$1000 = p(1 + 0,4)$$

$$1000 = p 1,4$$

$$p = \frac{1000}{1,4} = 714,285$$

Determinar o montante correspondente a uma aplicação de \$ 450000,00, por 225 dias, à taxa de

5,6% ao mês.

$$p = 450000$$

$$n = 225 \text{ dias}$$

$$i = 5,6\% \text{ a.m.}$$

$$i = \frac{5,6}{30} = 0,001866$$

$$s = 450000(1 + 0,001866 \times 225)$$

$$s = 450000(1 + 0,42)$$

$$s = 450000(1,42)$$

$$s = 639000,00$$

Calcular o valor do capital, que aplicado a uma taxa de 6,2% ao mês, por 174 dias, produziu um montante de \$ 543840,00.

$$p = ?$$

$$i = 6,2\% \text{ a.m.}$$

$$s = 543840,00$$

$$i = \frac{6,2}{30} = 0,00207$$

$$543840 = p(1 + 0,00207 \times 174)$$

$$543840 = p(1 + 0,3596)$$

$$543840 = p(1,3596)$$

$$p = \frac{543840}{1,3596} = 400000,00$$