Derivadas: Exercícios resolvidos

A derivada de uma constante é zero: se y = c

$\frac{dy}{dx} = 0$

Se y =x^n

$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

Se y = x^2

$\frac{dy}{dx} = 2x^{2-1} = 2x^1 = 2x$

Se y =$x^{\frac{1}{4}}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4}x^{\frac{1}{4}-1} = \frac{1}{4}x^{\frac{1-4}{4}} = \frac{1}{4}x^{\frac{-3}{4}}$

Se y =x^{-4}

$\frac{dy}{dx} = -4x^{-4-1} = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$

Se y = 10x

$\frac{dy}{dx} = 10$

Se y = $3x^2$

$\frac{dy}{dx} = 2.3x^{2-1} = 6x^1 = 6x$

Se y = -2$x^{\frac{4}{3}}$

$\frac{dy}{dx} = \left(\frac{4}{3}\right).(-2).x^{\frac{4}{3}-1} = -\frac{8}{3}x^{\frac{4-3}{3}} = -\frac{8}{3}x^{\frac{1}{3}}$

Se y = -3x^{-1}

$\frac{dy}{dx} = (-1).(-3)x^{-1-1} = 3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$

A derivada da soma de um número finito de funções diferenciáveis é igual à soma das suas derivadas: Se y = u + v, onde u = f(x) e v = g(x) são funções diferenciáveis de x,

$\frac{dy}{dx} = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$

Se y = $3x^2 + 4x + 2$

$\frac{dy}{dx} = 2.3x^{2-1} + 1.4x^{1-1} = 6x + 4x^0$ = 6x+4.1= 6x + 4

Se y = $5x^{\frac{1}{2}} + 3x^{\frac{1}{4}} + 7$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}5x^{\frac{1}{2}-1} + \frac{1}{4}3x^{\frac{1}{4}-1} + 0 = \frac{5}{2}x^{\frac{-1}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{1-4}{4}} = \frac{5}{2}x^{\frac{-1}{2}} + \frac{3}{4}x^{\frac{-3}{4}}$

Se y = 10 -6$x^{\frac{-1}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = \left(-\frac{1}{2}\right).(-6)x^{-\frac{1}{2}-1} = 3x^{\frac{-1-2}{2}} = 3x^{\frac{-3}{2}}$

Se y = 6$x^5 + x^4 + 2x^{\frac{3}{2}}$

$\frac{dy}{dx} = 30x^4 + 4x^3 + \frac{3}{2}.2x^{\frac{3}{2}-1} = 30x^4$+$4x^3 + 3x^{\frac{3-2}{2}} = 30x^4 + 4x^3 + 3x^{\frac{1}{2}}$

A derivada do produto de duas funções diferenciáveis é igual ao produto da primeira função pela derivada da segunda função mais o produto da segunda função pela derivada da primeira. Analogamente, o produto de mais de duas funções diferenciáveis é igual a soma dos produtos da derivada de cada função pelas outras funções. Se y = uv, onde u = f(x) e v = g(x) são funções diferenciáveis de x,

$\frac{dy}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$

Se y = (x^3 + 4)(x + 3)

$\frac{dy}{dx} = (x^3 + 4).1 + (x + 3).3x^2$

$\frac{dy}{dx} = x^3 + 4 + 3x^3 + 9x^2 = 4x^3 + 9x^2 + 4$

Se y = $\left(\sqrt{x} + 3\right)(x^2 + 6)$

$\frac{dy}{dx} = \left(\sqrt{x} + 3\right).2x + (x^2 + 6).\frac{1}{2}x^{\frac{-1}{2}}$

= $2x^{1+\frac{1}{2}} + 6x + \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{-1}{2}} = 2x^{\frac{3}{2}} + 6x + \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}} + 3x^{\frac{-1}{2}} = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} + 6x + 3x^{\frac{-1}{2}}$

Se y = (3x + 7)($x^{-2} + 8$)

U = 3x + 7

V = $x^{-2} + 8$

$\frac{dv}{dx} = -2x^{-3}$

$\frac{du}{dx} = 3$

$\frac{dy}{dx} = (3x + 7).-2x^{-3}$+$(x^{-2} + 8).3$

$\frac{dy}{dx} = -6x^{-2} - 14x^{-3} + 3x^{-2} + 24 = -3x^{-2} - 14x^{-3} + 24$

Se y = (x + 3)(2x + 3)(x^2 + 1)

$\frac{d}{dx}$ (x+3) = 1

$\frac{d}{dx}\ (2x+3) = 2$

$\frac{d}{dx}\ (x^2+1) = 2x$

$\frac{dy}{dx} = (1)(2x+3)(x^2+1) + (2)(x+3)(x^2+1) + (2x)(x+3)(2x+3)$

= $(2x + 3)(x^2 + 1) + (2x + 6)(x^2 + 1) + (2x^2 + 6x)(2x + 3)$ =

=$2x^3 + 2x + 3x^2 + 3 + 2x^3 + 2x + 6x^2 + 6 + 4x^3+6x^2 + 12x^2 + 18x$ =

=$8x^3 + 27x^2 + 22x + 9$

A derivada do quociente de duas funções diferenciáveis é igual ao quociente do produto do denominador pela derivada do numerador menos o produto do numerador pela derivada do denominador, dividido pelo quadrado do denominador:

$\frac{dy}{dx} = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

Se y =$\frac{x^2-4x+1}{x-6}$

u = $x^2 - 4x + 1$ v = $x - 6$

$\frac{du}{dx} = 2x - 4$ $\frac{dv}{dx} = 1$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x-6)(2x-4)-(x^2-4x+1).(1)}{(x-6)^2} = \frac{2x^2-16x+24-x^2+4x-1}{(x-6)^2} = \frac{x^2-12x+23}{(x-6)^2}$

Se y = $\frac{4}{x^6}$

u = 4 v = x^6

$\frac{du}{dx} = 0$ $\frac{dv}{dx} = 6x^5$

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x^6).(0)-4(6x^5)}{(x^6)^2}$

= $\frac{-24x^5}{x^{12}} = \frac{-24}{x^7}$

Observação: Este exemplo também pode ser resolvido usando a fórmula (d$x^n) = n.x^{n-1}$

Y = $4x^{-6}$

$\frac{dy}{dx} = (-6)(4)x^{-6-1}$

$\frac{dy}{dx} = (-6)(4)x^{-6-1} = -24x^{-7} = \frac{-24}{x^7}$